Österreichische Gesellschaft für Wissenschaftsgeschichte

xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv
xiv xiv
XIV. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik
xiv xiv
xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv--xiv

Vernachlässigte Teile der Mathematik *und ihre Geschichte*

Neglected parts of mathematics *and their history*

Tagung, 29. April bis 5. Mai 2018, Miesenbach (Niederösterreich)

Kurzfassungen der Vorträge

Herausgeber:
Dr. Christa Binder *e-mail:* christa.binder@tuwien.ac.at
Institut für Analyis und Scientific Computing
Technische Universität Wien

Danksagung:
Ohne die großzügige Hilfe der folgenden Institutionen
wäre die Durchführung der Tagung nicht möglich gewesen.
Dafür herzlichen Dank.

International Commission on the History of Mathematics (ICHM)
Amt der Niederösterreichischen Landesregierung, Abteilung Kultur und Wissenschaft
anonyme Spender

Photos, Layout und Druckvorlage: Peter Schmitt

KULTUR NIEDERÖSTERREICH

Gefördert durch das Land Niederösterreich.

Mittwoch, 2. Mai 2018, abend (20.15)
Herwig Säckl
über Zwischenräume – eine Lesung mit enaktivem Einschub und finaler Belehrung

Donnerstag, 3. Mai 2018, vormittag (9.45–12.15)

Donnerstag, 3. Mai 2018, nachmittag (16.00–18.45)

Donnerstag, 3. Mai 2018, abend (20.15)
Renate Tobies *und* Winfried Mahler
Vortrag über Rio (Intern. Congress History of Science, Juli 2017), Campinas und Sao Paulo

Freitag, 4. Mai 2018, vormittag (9.45–12.15)

Freitag, 4. Mai 2018, nachmittag (16.00–18.45)

Freitag, 4. Mai 2018, abend (20.15)
Harald Gropp
Briefe eines Weltallbummlers

Weitere Teilnehmer:
Detlef Gronau, Luboš Moravec,
Michael von Renteln, Karl-Heinz Schlote, Peter Schmitt

Sprachliche Schwierigkeiten beim Verständnis frühneuzeitlicher Textaufgaben – anhand von Beispielen aus Anton Neudörffers ungedruckter *Grosser Arithmetic*

Alfred Holl

1. Methoden zum Umgang mit sprachlichen Schwierigkeiten

Es soll in diesem Beitrag um Formulierungen kaufmännischer und unterhaltungsmathematischer Aufgaben aus der frühen Neuzeit gehen, die uns heute nur noch schwer oder gar nicht mehr zugänglich sind. Die systematische Erstellung eines Methodenkatalogs zur Rekonstruktion der genauen Semantik solcher Aufgaben würde ich im Sinne der Tagung als einen ‚weniger beachteten Teil der Mathematikgeschichte' ansehen. Insbesondere bei der Edition kommen aber derartige Methoden notgedrungen zum Tragen. Denn zu einer vollständigen Edition einer Textaufgabe gehört meines Erachtens neben dem Aufgabentext immer die intendierte oder wenigstens eine wahrscheinliche Lösung.

Um eine Lösung zu ermitteln, muss man in mehrfacher Iteration philologische und mathematische Methoden kombinieren, die nicht notwendig disjunkt sind:

<u>Philologische Methoden</u> (offene Liste)

Ermittlung von Druck- und Schreibfehlern in Text und ggf. Bearbeitung

Ermittlung unklarer Wortbedeutungen

Klärung von Homonymien (beispielsweise *Summe* ‚Summe' oder ‚Produkt')

Auflösung komplexer syntaktischer Strukturen (u. a. Bestimmung von Textreferenzen bei Demonstrativ- und Relativpronomina)

Rekonstruktion fehlender Wörter in einer syntaktischen Struktur

Rekonstruktion fehlender Zeilen in Reimen

Vergleich mit fast gleichen oder sogar mathematisch äquivalenten Aufgaben

<u>Mathematische Methoden</u> (offene Liste)

Erschließung frühneuzeitlicher mathematischer Fachtermini (mit sprachlichen Wörterbüchern und zeitgenössischen mathematischen Darstellungen)

Erschließung von Umrechnungsformeln für verschiedene Geld-, Maß- und Gewichtseinheiten (sog. „Resolvierungen")

Untersuchung von Bearbeitungen

Vorwärts- und Rückwärtsrechnung, wenn finaler Lösungswert angegeben

Zerlegung in Teilaufgaben

2. Anwendung: Edition von Aufgaben des Anton Neudörffer (1571-1628)

Seit 2017 arbeite ich zusammen mit einer kleinen Projektgruppe (Yvonne Stry, Rudolf Haller) an einer Thyssen-geförderten Edition von ca. 400 Textaufgaben aus der Hand des Nürnberg-Regensburger Rechenmeisters Anton Neudörffer (1571-1628). Sie sind der – soweit bekannt – gesamte erhaltene Bestand seiner *Grossen Arithmetic*, die nie vollständig im Druck erschien und die er erstmals 1616 in seiner *Anweisung in die Arithmetic* (S. 188) explizit ankündigte. Diese 400 Aufgaben wurden teils von Neudörffer (oder dem Verleger) vorab gedruckt, teils vom Regensburger Rechenmeister Georg Wendler (~1619-1688) handschriftlich überliefert. Sie sind glücklicherweise alle um 1650 von Wendler bearbeitet worden (Cgm 3789):

Abschnitt	Neudörffer	Wendler Cgm 3789
1. Appendix (*Fragmenta* des 1. Teils der *Grossen Arithmetic*)	*Arithmetic* ^{4}1627, ^{5}1634, S. 197-220 Aufgaben 1-86 plus 1 Nummeriert	fol. 77'-113 alle Aufgaben nicht nummeriert vollständig gelöst
2. Recreationis Exempla *Zugab-Exempel* (Auswahl des Verlegers aus der *Grossen Arithmetic*)	*Arithmetic* ^{5}1634, S. 232-237 Aufgaben 1-22 Nummeriert	fol. 113'-120 alle Aufgaben nicht nummeriert vollständig gelöst
3. *Grosse Arithmetic* (ungedruckt)	–	fol. 120'-215 Aufgaben [1]-[285] nicht nummeriert für die Edition nummeriert vollständig gelöst

Tab. 1: Überlieferung und Bearbeitung der *Grossen Arithmetic*

Für die Edition der *Grossen Arithmetic* ist es von unschätzbarem Wert, dass man eine zeitgenössische Lösung kennt. An die Notation von Wendlers Bearbeitung kann man sich leicht gewöhnen, eine ständige Herausforderung bildet aber deren Nebenrechnungscharakter, meist ohne verbindende Texte und ohne die explizite Angabe von Lösungsstrategien.

3. Beispiele schwer verständlicher Aufgaben

An dieser Stelle nenne ich fünf schwer verständliche Aufgabenmit einem kurzen Lösungskommentar.

Bruchrechnung

Wer mit den Brüchn kan recht gehn um,
Gibt nicht allein ein Practicum,
Sondern die andern exempl, als
Das seind die Regul Coss und Fals,
Werden jhm sein leicht zu solvirn,
Wenn einer sich will exercirn.
Darumb deren so manigfalt
Sein bschriben alhier fürgestalt.
Und nebn denen auch diß zur frist
Under andern nicht das gringste ist.
Erstlich vierthalbs thu bequemmen,
[Viertl eines Sibentheils nemmen]
Von einhalb folgender Summen [sc. Produkt]:
Sechs und dreissig recht genommen
Auß Vier und ein drittheil eins dritl.
Das kommende zeuch ohne mittl
Von drey einhalb Siben zwölfftheil.
Darnach mich bericht mit der weil,
Wann alles fleissig ist beschribn,
Wievil neunundneuntzig theil blibn?
(Cgm 3789, 182^r, [222])

Lösungskommentar

$$\frac{(3\,1/2)\,/\,4}{7}\cdot\frac{1}{2}\cdot 36\cdot\frac{4\,1/3}{3}=\frac{234}{72}=3\,1/4$$

$$\frac{3\,1/2}{7/12}-3\,1/4=2\,3/4$$

Sei *x* die Anzahl der 99stel, die obigem Ergebnis entspricht.
Dann ist

$$2\,3/4=x/99$$

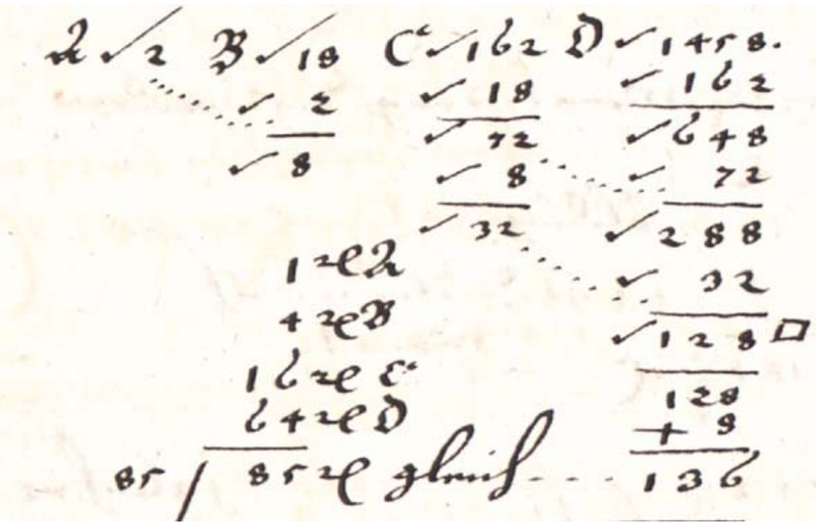
Es ergeben sich $1089/4 = 272\,1/4$ Neunundneunzigstel.

Geometrische Folgen

Jtem 4 haben Gelt/ das verhelt sich in
proportione tripla, ists ersten/ so am wenigsten
√2 fl/ wann man zum Quadrat jhrs Geldes diffe=
rentz/ differentzen differentz 8 addirt/ so gibts ag=
gregat die Summa vierer Zahlen in proportio-
ne Quadrupla. Jst die Frag/ welche seyns? Fa=
cit 1 $^{3}/_{5}$. 6 $^{2}/_{5}$. 25 $^{3}/_{5}$. etc.
(Neudörffer, 1627, S. 205, Nr. 41; Cgm 3789, 91^{v})

Lösungskommentar

Seien $a = \sqrt{2},\ b = 3a,\ c = 3b,\ d = 3c$ die Geldbeträge der vier Personen.



Wenn man gemäß dem Schema aus der Handschrift rechnet, ergibt sich für die „Differenz der Differenzen der Differenzen" der Geldbeträge folgender Ausdruck [fl]:

$$d - c - (c - b) - \big(c - b - (b - a)\big) = d - 3c + 3b - a = 3b - a =$$
$$= 3\sqrt{18} - \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

Nun kommen weitere vier Zahlen ins Spiel, die eine geometrische Folge mit Faktor 4 bilden: $x, 4x, 16x, 64x$.
Es soll gelten:

$$(8\sqrt{2})^2 + 8 = x + 4x + 16x + 64x = 85x$$

$$x = 1\ 3/5$$

Die gesuchten Zahlen der zweiten geometrischen Folge sind somit
1 3/5, 6 2/5, 25 3/5 und 102 2/5.

Kegelmantel

[Reimversion]
Krieg gibts gnug in der gantzen Welt,
  Darzu braucht man auch vil der Zelt.
Drunter ist eins so Rot und Weiß,
  Dreissig drey Clafftr helts im umkreiß,
Von welchn biß obn an spitz hinan
  Siben Claffter man zehlen kann.
Darzu ghörn zwantzig Sechs stuck Zwilch,
  Dann Siben ein Viertl Eln billich.
Darauff einer mit fleiß thut fragn,
  Dennoch zwo Eln mehr, solt du sagn,
An die Clafftr, dann sie breit ist, gehn
  Deß gedachtn Zwilch, thus recht verstehn,
Wie breit dann der Zwilch auch sein mag?
  Dreissig Sechs Eln lang stuck ich sag.

[Prosaversion]
Jtem. Eines Zelts umbkreiß ist 33 Claffter und die leng
von der spitz biß zum umbkreiß 7. Die frag, weil man
26 stuck Zwilch und 7.4 Eln darzu verbraucht, wie breit
er gewest? Die Claffter per 2 Eln mehr, dann an der breite
gerechnet.
(Cgm 3789, 177r, [213])

Die Aufgabe existiert an gleicher Stelle in einer Reim- und einer Prosaversion, die man allerdings erst in moderne Sprache umformulieren muss, um die Aufgabe zu verstehen:

Angabe der Zeltmaße wie oben. Für das Zelt werden 26 Stück Zwilch von je 36 Ellen Länge und unbekannter Breite (in Ellen) sowie ein kleines Stück von 7 1/4 Ellen Länge und der gleichen unbekannten Breite verbraucht. Wie vielen Ellen ein Klafter entspricht, erhält man, wenn man zu der unbekannten Anzahl Ellen der Zwilchbreite 2 Ellen addiert.

Lösungskommentar

Kegelmantelfläche:

$$A = b \cdot \frac{r}{2} = 33 \cdot \frac{7}{2}\text{ Klafter}^2 = 115{,}5\text{ Klafter}^2$$
$$= (115{,}5x^2 + 462x + 462)\ [\text{Ellen}^2]$$

mit Zwilchbreite x Ellen und 1 Klafter = $(x + 2)$ Ellen

Zwilchfläche:

$$(26 \cdot 36x + 7\,1/4\,x)\text{ Ellen}^2 = 943{,}25x\text{ Ellen}^2$$

Durch Gleichsetzen von Kegelmantelfläche und Zwilchfläche ergibt sich die quadratische Gleichung

$$x^2 - 25/6\,x + 4 = 0$$

mit den Lösungen: 3/2 und 8/3.
Wendler wählt die Lösung 3/2 Ellen, weil sie eine passende Klafterlänge liefert: 1 Klafter $= (3/2 + 2)$ Ellen $= 7/2$ Ellen, was bei 1 Elle ≈ 50 cm einem Wert von 1,80 m für einen Klafter entspricht (Spannweite der Arme).

Proportionale Verteilung

Jtem, auff einer stattlichen Hochzeit befinden sich bey einem
Tanz 78 persohnen, als nemblich Ritter, deren theil oder
Nenner desselben ist noch sovil als an Burgern; der Frauen
und Jungfrauen aber thut an Zehler 3mal mehr; hergegen
der JungGesellen theil oder dessen Nenner ist umb
1 – denn der Burger; letzlich Edelleuth sein $^1/_6$. Wird hier
auff gefraget, der wievilste theil jhr jeder gewest, weil
16 Junggesellen vorhanden?
(Cgm 3789, 152^r, [118])

Lösungskommentar:

Die Mitgliederanzahlen der fünf Personengruppen sind nicht als Teile von 78 zu verstehen, sondern als Teile eines unbekannten Zählers y (vgl. Tropfke S. 557)

Ritter:	$y/2x$
Bürger:	y/x
(Jung-)Frauen:	$3y/x$
Junggesellen:	$y/(x-1) = 16$
Edelleut:	$y/6$
Summe:	78

$$y \cdot \frac{3(x-1) + 6(x-1) + 18(x-1) + 6x + x(x-1)}{6x(x-1)} = 78$$

$$x = 4;\ y = 48$$

Hieraus folgen die Mitgliederzahlen: 6, 12, 36, 16, 8.

Komplexer Warentausch

Jtem, zween wolln stechen alda.
Hat A Samet von Genua.
Damit er sich nicht thu verletzen,
Will er im stich die Eln setzen,
Nemblich was paar gilt, dessn quadrat
Radix zu viermal angschlagn hat.
Dabey sich recht mög befinen,
Zwantzig [an] hundert will gwinen.
Gleichwol das Zill auch zimblich weit,
Weil er gibt ein gantzes Jahr Zeit.
Begert darzu neben der Wahr
Den drittl, daß er bezahlt werd paar.
Der ander hat Meißnische tuch,
Gilts Stuckh zwantzig vier guldn mit fug.
Wills im stich übersetzn eben
Auch umb Sechs Guldn höher geben.
Damit der Erst nicht hab gewin,
Gibt er darzu Neun Mont termin,
Welches der andr dann gar sehr ant.
Frag Jch, was ein Eln gelt Contant?
(Cgm 3789, 201r, [259])

Lösungskommentar

Die im Folgenden verwendeten Formeln ergeben sich durch Vergleich von Wendlers Lösungen zu mehreren ähnlichen Aufgaben.

Seien *A* und *B* die beiden Tauschpartner.

Für *A* gilt:

Übersatzanteil	= Übersatz / (Referenzpreis · Zeit)
Referenzpreis	= (Barpreis – Cashbetrag) (1 + Gewinnanteil)
Übersatz	= Stichpreis – Cashbetrag – Referenzpreis
Barpreis:	x^2 [fl]
Stichpreis:	$4x$ [fl]
Zeit:	12 Monate
Cashanteil:	$1/3$
Cashbetrag:	$1/3 \cdot 4x = 4/3\,x$ [fl]
Gewinnanteil:	$20/100$
Referenzpreis:	$(x^2 - 4/3\,x)\,(1 + 20/100) = 6/5\,x^2 - 8/5\,x$ [fl]
Übersatz:	$4x - 4/3\,x - (6/5\,x^2 - 8/5\,x) = 64/15\,x - 6/5\,x^2$ [fl]

Übersatzanteil:

$$\frac{64/15\,x - 6/5\,x^2}{(6/5\,x^2 - 8/5\,x\,)\cdot 12\text{ Monate}} = \frac{32/3 - 3x}{(3x-4)\cdot 12\text{ Monate}}$$

(da x als Preis nicht = 0 sein darf)

Für *B* gilt:

Übersatzanteil	= Übersatz / (Referenzpreis · Zeit)
Referenzpreis	= Barpreis
Übersatz	= Stichpreis – Referenzpreis
Barpreis	24 fl (= Referenzpreis)
Stichpreis:	24 fl + 6 fl = 30 fl
Zeit:	9 Monate
Übersatz:	30 fl – 24 fl = 6 fl
Übersatzanteil:	6 fl / (24 fl · 9 Monate) = 1/36 1/Monate

Die Übersatzanteile von *A* und *B* müssen gleich sein:

$$\frac{32/3 - 3x}{(3x-4)\cdot 12} = \frac{1}{36}$$

$$32 - 9x = 3x - 4$$

Hieraus folgt $x = 3$ [fl].

$x^2 = 9$ [fl] ist der Barpreis des *A* für eine Elle Samt, $4x = 12$ [fl] der Stichpreis.

Literaturverzeichnis

Neudörffer, Anton: *Kunst: vnd ordentliche Anweisung inn die Arithmetic*. Nürnberg: Georg Leopold Fuhrmann 1616.

Neudörffer, Anton: *Künst- vnd ordentliche Anweisung in die Arithmetic. Editio IIII. Nürnberg/ Gedruckt vnd verlegt durch Simon Halbmayern/ Jm Jahr 1627*.

Neudörffer, Anton: *Künst- und ordentliche Anweisung in die Arithmetic. Editio V. Nürnberg/ Gedruckt und verlegt durch Jeremiam Dümlern/ Jm Jahr 1634*.

Tropfke, Johannes: *Geschichte der Elementarmathematik*. Bd. 1: Arithmetik und Algebra. 4. Aufl. Vollständig neu bearbeitet von Kurt Vogel, Karin Reich und Helmut Gericke. Berlin, New York 1980.

Wendler, Georg: *Analysis vel resolutio*. [Nürnberg, Regensburg ~1645-~1663] (Cgm 3789).

Wendler, Georg: *Herrn Anthonij Neudörffers* […] *Apendix Zugab und künstliche bschluß Exempla Jtem absonderlicher auffgaben und kunst Exempla seiner grossen Arithmetic, Dergleichen niemals gesehen auch in druck nicht kommen sind, nach Geomet: Cossischen Arithmetischen aufgaben, und Künstlichen Regeln*. In: Wendler, Georg: *Analysis vel resolutio*, Cgm 3789, 77v-215r.