

- 1 First page and colophon
- 2 Influence of the book
- 3 Research background
- 4 Content overview
- 5 Details
 - ➔ Multiplication and division of fractions
 - ➔ Latin source
- 6 Some problems from Part 6
- 7 Later French arithmetic books

Alfred Holl

The earliest printed French arithmetic book

Anonym

L'art et science d'arithmétique

Paris: Michel Thoulouze

latest 1496

First page and colophon

Anonym

L'art et science d'arithmétique

Paris: Michel Thoulouze

latest 1496

Toulouse active: 1492–1505

(cnp02243351 CERL Thesaurus)

ENSBA: <= 1496 [d'après l'adresse (Coq)]

112 p.

Cat: UCatInc 0267250N;

ISTC ia01140600;

Coq, Dominique: Catalogues régionaux,
Vol. XVIII. 2012, p. 45

Dig: –

Lib: Paris École nationale supérieure des
beaux arts ENSBA (Cote: Masson 0603)

bibliotheque@beauxartsparis.fr

ensba.fr/aloes/opacwebaloes

Cat'zArts-Livres

Sec: Holl, Alfred: Ries-Kolloquium 2023



Dest lart et sciēce
d'arithmētique par exē
ples & pratique. moult
subtile & profitable a tou
tes gens et facile a en
tendre par le gect subtil. Nouvel
lemēt translatee de latin en fran
cois et extraicte de plusieurs vo
lumes La quelle moyenant un
chaque se pourra iſtreire & exerci
ter par soy mesmes.

Cy finist le tractie
d'art et science d'arithmétique p
exēples & pratique: facile a en
tendre p le gect subtil: trāslate de
latin en frācoys: cōtenent plusi
eurs effectz cōme il appart dess'
Nouvellemēt Imprime apis p
Michel thoulloze demourant
aumont saint hyaire

1496

First page and colophon

Transcription



*CEst lart et science
darithmetique par exem
ples et pratique mout
vtile et profitable a tou
tes gens et facile a en
tendre par le gect subtil Nouuel
lement translatee de latin en fran
cois et extraicte de plusieurs Vo
lumes La quelle moyenant vng
chascun se pourra instruire et exerci
ter par soy mesmes*

*Cy finist le tractie
dart et science darithmetique par
exemples et pratique: facile a en
tendre par le gect subtil: translate de
latin en francoys: continent plusi
eurs effectz comme il appart dessus
Nouvellement Imprime a paris par
Michiel thoulloze demourant
au mont saint hylaire*

First page and colophon

Translation

*This is the art and science
of arithmetic with
examples and practice, very
useful and profitable for all
people and easy to
learn, with the subtle counter, recently
translated from Latin into French
and extracted from several volumes,
by means of which
everyone can teach himself and train
by himself*

*Here finishes the treatise
on the art and science of arithmetic with
examples and practice, easy to learn,
with the subtle counter, translated from
Latin into French, containing several
results as becomes apparent above,
recently printed in Paris by
Michel Toulouse dwelling
at Mont Saint Hilaire*

Influence of the book

- Later French arithmetic books
(1501, 1512/15, 1512/19, ca. 1535, ca. 1545,
1548, 1585, 1551 = 1556 = 1566 = 1599)
- Earliest English arithmetic book
(1526)
 - Later English arithmetic books – 1st part
(1537, 1539)
- Earliest Dutch arithmetic books
(1508, ca. 1510, 1529 [French])
 - Later English arithmetic books – 2nd part
(1537, 1539)

Research background

The earliest printed arithmetic book in each of 35 European languages

with an appendix of the earliest printed arithmetic book in each of 45 selected languages worldwide in less detail

Strömstad Akademi
2022

ISBN 978-91-89331-37-2

Findings beyond Hooch/Jeannin *Ars mercatoria*

French ≤ 1496

Secondary literature forthcoming (Annaberg 2023)

English 1526

Secondary literature (e.g. Annaberg 2023)

Secondary literature on later editions

Hebrew 1533

Secondary literature

Greek 1569

Secondary literature on later editions

Yiddish 1699

Secondary literature forthcoming (Annaberg 2023)

Content overview

(according to the introduction and the text)

tique selon les gectz. Et contiet ce present liure six liures particuliers au p̄mier est mōstre pour scauoir escrire & entendre l'art et practiq̄ dez chiffres Et cy est cōtenu darithmetiq̄ selon six especes de nōbres entiers par gectz avec quatre figures de gectz bien notables pour ceulx qui ne scauent escrire. ¶ Au secōd est cōtenue et moustree arithmetique en nōbres entiers p̄ chiffres pour ceulx qui scauent escrire et aussi la figure du petit liure des marchās ¶ Au tiers est contenu de nōbre rōuptz et fractions par six especes. ¶ Au quart est contenu et

- 1 Digits (*chiffres*), six species (*espèces*) with counters (*gects*) for integers (*nombres entiers*): numeratio, addition (*adiouster*), reductio a/desc., subtraction (*sustraction*), multiplication, division
- 2 Six species with the pen (*par chiffres*) for integers; multiplication table (*petit liure des marchans*)
- 3 Six species for fractions (*fractions, nombres rōuptz*)
- 4 Regula de tri (*règle de trois*) for integers and fractions, measures (long measures, capacity (wine), loaf of penny), weights
- 5 Regula societatis (*compagnies sans temps*), regula societatis temporum (*à temps*); companies with subcontractors (*de facteurs*) Rule of bartering (*règle de changes pour éviter fraud, baratte*)
- 6 Further rules
 - 1 Collects and tallage (*talhes*): proportional distribution
 - 2 Three mills (*troys moulins*): performance
 - 3 Shepherd (*bergier*): proportional distribution
 - 4 Vessel (*vaisseau*) with three fountains: performance
 - 5 To throw Sarracens in the sea (*pour les mettre dedans la mer*)
 - 6 Testament (son daughter twins)
 - 7 Building: place, 8 wall, 9 covering (*lieu, murs, couuerture*)
 - 10 Apple garden (*iardin*): nest problem
 - 11 Movement in the same direction (*le larron qui s'enfuit*): pursuit
 - 12 Three saints (*troys saintz*): nest problem
 - 13 Three women, apples for the market (*troys fammes*): regula caecis
 - 14 Batch of three metals (*tasse de troys methalz*): alloy

Content overview

(according to the introduction and the text)

ces. Au quart est contenu et
monstree la notable regle de trois
par plusieurs regles & questions
tant en faict de mesures longues
et rondes cōme en faict de poys.

Au cinquiesme sont cōtenues
et monstrees plusieurs regles de
compainies / de marchans / et de
facteurs / sans commentions / &
avec commētions pour gaigner
en semble / et aussi la regle de ba
rattes & chāges de marchandise.

Au siepiesme sont contenues
et monstrees plusieurs regles en
maniere de questions grādement
defectables & prouffitables pour
auoir plus grande notice de ceste
notable science darithmetique.

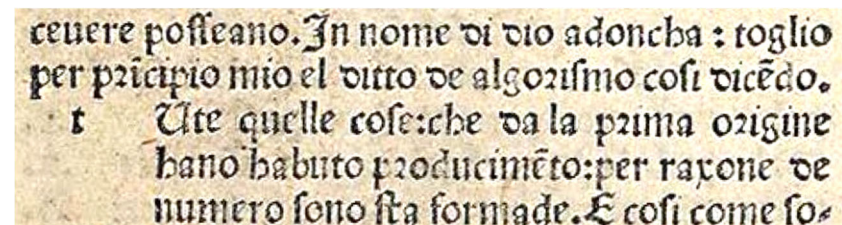
- 15 Bell (*cloche*): alloy
- 16 Movement in the same direction with margin and constant distances per day (*un prêtre va de Paris à Rome*): pursuit
- 17 Gold coins to silver coins (*changer or en argent*): equal quantities
- 18 Cloth of divers colours (*drap de diverses couleurs*): find length
- 19 Spices (*spiceries*): equal quantities
- 20 Women and eggs (*oeufz*): remainder problem
- 21 Money forgotten with a changer (*oublie au changeur*): nest probl.
- 22 Age (*temps*): sum of fractions
- 23 Divide a distribution (*une distribution en une eglise*): prop. distrib.
- 24 Spear in water (*lance dans l eaue*): find length
- 25 Movement in opposite directions (*lung contre lautre*): encounter
- 26 Cat on a tree (*la chat et larbre*): motion to and fro
- 27 Ship with two sails (*la navire qui a deux voiles*): performance
- 28 Scholars and hoste (*les escoliers et leur hoste*): regula de tri
- 29 The pilgrims' (*pellerins*) drink (*boyre*) bill: regula caecis
- 30 The chanter's rent (*chantrre et rente*): regula caecis
- 31 Guess the number of pieces of silver in a purse (*pieces dargent*)
- 32 Guess a number (*diuiner un nombre*)
- 33 Three men find a purse (*une bourse*): find amount
- 34 Guess the number of pieces of silver in your fellow's right hand

A later edition (*L'art et science 1512/19*) widely coincides with the 1st part (pen) of the earliest English arithmetic books (1526; 1537, 1539).

Proême – Preface

Cf. Treviso Algorithm 1478

*El ditto de algorismo: Tutte
quelle cose: che da la prima
origine hano habuto
producimento: per raxone de
numero sono sta[de] formade.*



ceuere posseano. In nome di dio adoncha : toglia
per principio mio el ditto de algorismo cosi dicēdo.
t utte quelle cose: che da la prima origine
hano habuto producimēto: per raxone de
numero sono sta formade. E cosi come so'

The philosophers say that all of the things which exist were not always (*ne iamais furent* [in later editions falsely *ne qui jamais seront*]) in the world, that they were created (*produites*) by [the law of] the number. Without the art of the number, we are not able to understand them perfectly.

Therefore this little treatise about the algorism.

Very profitable to understand all sciences, especially geometry, astrology, music.

Necessary for all people who have to calculate

(*conter et gecter; faire contes et sommes*):

treasurers (*trésoriers*), receivers [tax collectors]

(*recepueurs*), citizens (*bourgoiz*), merchants

(*marchans*) [illiterate *ne scauent lire ny escripre*],

changers (*changeurs*), negotiators (*négociateurs*).

It is useful to explain this science of arithmetic at first with counters (*gects*) as it is easier than with the pen (*chiffres*) and, according to the scholars (*docteurs*), one has to explain the simplest aspects in any science at first.

Part 1 (pdf 5–14)



Numeratio for the pen (*par chiffres, Federrechnung*)

(digits; number symbols, numerals for integers and fractions)

Conversions for units of currency:

Écu, Franc, Noble, Salus

1 Franc = 20 Sous (*soulz*, β) = 240 Deniers

Digits (*chiffres*), **six species (*espèces*) with counters (*gects*)** for integers (*nombres entiers*):

1 **Numeratio** (representation of numbers)

2 **Addition** (*addition, adiouster*)

3 **Reductio** → illustration on the left

R. ascendens (conversion of a numerical value/s in lower units of a system of currency, measure, weight or time to a value/s in higher units)

R. descendens (conversion from higher units to lower units)

4 **Subtraction** (*sustraction*)

5 **Multiplication**

6 **Division**

Part 2 (pdf 14–22)

Six species with the pen (*par chiffres*) for integers
 Multiplication table (*petit liure des marchans*)

Further species proposed by others:

- duplication, triplication, quadruplication,*
- quinduplication* → multiplication
- médiation* → division
- progression* → addition
- (cf. *De arte numerandi* 1485/90, pdf 9)

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.	11 fois 11 ff	121	14	14	196						
2. fois 2 ff	4	5 fois 5 ff	25	11	12	132	14	15	210		
2	3	6	5	6	30	11	13	143	14	16	224
2	4	8	5	7	35	11	14	154	14	17	238
2	5	10	5	8	40	11	15	165	14	18	252
2	6	12	5	9	45	11	16	176	14	19	266
2	7	14	5	10	50	11	17	187	14	20	280
2	8	16				11	18	198			
2	9	18	6 fois 6 ff	36	11	19	209	15	15	225	
2	10	20	6	7	42	11	20	220	15	16	240
			6	8	48	12	12	144	15	17	255
			6	9	54	12	13	156	15	18	270
3. fois 3 ff	9	6	9	54	12	14	158	15	19	285	
3	4	12	6	10	60	12	15	180	16	20	300
3	5	15				12	16	192	16	16	256
3	6	18	7 fois 7 ff	49	12	17	204	16	17	272	
3	7	21	7	8	56	12	18	216	16	18	288
3	8	24	7	9	63	12	18	216	16	19	304
3	9	27	7	10	70	12	19	228	16	20	320
3	10	30				12	20	240	17	17	289
			8 fois 8 ff	64					17	18	306
4 fois 4 ff	16	8	9	72	13 fois 13 ff	169	17	19	323		
4	5	20	8	10	80	13	14	182	17	20	340
4	6	24				13	15	195	18	18	324
4	7	28	9 fois 9 ff	81	13	16	208	18	19	342	
4	8	32	9	10	90	13	17	221	18	20	360
4	9	36				13	18	234	19	19	361
4	10	40	10	10	100	13	19	247	19	20	380
						13	20	260	20	20	400

Part 3 (pdf 22–29)

blables: Il ne fault que multiplier vng nōbrant pour l'autre
Exēple si tu veulx multiplier $\frac{6}{3}$ par $\frac{2}{3}$ tu auras $1\frac{2}{3}$ car 2 fois 6 sont 12: et si les denoia

tiplier 2 par $\frac{2}{3}$ Il te fault multiplier vng nōbrant pour l'autre en disant 2 fois 2 sont 4. et l'ung denoiateur pour l'autre: en disant 3 fois 4 sont 12

me yci 2 entiers pour $\frac{2}{3}$ Il te fault reduire les 2 tiers en $\frac{2}{3}$ en disant 3 fois 2 sont 6: cest ascavoir $\frac{6}{3}$ et puy multiplier l'ung nōbrant pour l'autre en disant 3 fois 6 sont 18: et sont $1\frac{2}{3}$ Et aisi faictes des autres

Six species for fractions (*fractions, nombres rouptz, minuces*)

Terminology

numerator (*nombrant*)

denominator (*dénominateur, dénominateur*)

fraction bar (*virgule*)

common denominator (*dénominateur commun, dénomination commune*)

expand to common divisor (*réduire*)

Cases of multiplication (pdf 26):

1 Denominators equal: multiply numerators

$$\frac{6}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{3}$$

2 Denominators different: multiply numerators and denominators

3 Integer by fraction: find common denominator, multiply numerators

$$2 \cdot \frac{3}{3} = \frac{6}{3} \cdot \frac{3}{3} = \frac{18}{3}$$

Part 3 (pdf 22–29)

Exemple diuise $\frac{6}{3}$ par $\frac{2}{3}$ lieue
2 de 6: et en vien $\frac{3}{3}$ pour chascū
tiers mais si les minuces (fra

1

ctions mais si les minuces (fra
ctions sont de diuerses denoia
teur 6. Exemple diuise $\frac{6}{4}$ par $\frac{2}{3}$
Il te fault p̄mieremēt reduire
les deux nōbres en vne denoia
tion cōme est dit dessus en la se
conde spece: cest a scauoir en mt

2 sont $\frac{9}{12}$ diuise maitenāt vng
nōbrāt par lautre cest a scauoir
18 par 8 et auras $\frac{2}{12}$ pour chaf
cun tiers et demourēt $\frac{2}{12}$ adiui
ser par 8. Et sil ya aucun enti

2

ser par 8. Et sil ya aucun enti
er il le fault reduire en minu
ces. Exemple si tu veulx diui
13 sont $\frac{39}{12}$. Et p̄uys diuise 8
par 39 et auras 1 pour ce chacū
 $\frac{2}{4}$ aura $\frac{1}{12}$: et demourēt $\frac{29}{39}$ Et

3

Fractions – Cases of division (pdf 26):

1 Denominators equal: divide numerators

$$\frac{6}{3} : \frac{2}{3} = \frac{3}{3} \quad \left[\frac{4}{3} (1551, 1556) \right]$$

lève 2 de 6 et en vient 3, pour chacun tiers

[for each third, for every fraction in thirds]

2 Denominators different: find common denominator,
divide numerators

(explicit reference to the second species, the subtraction)

$$\frac{6}{4} : \frac{2}{3} = \frac{18}{12} : \frac{8}{12} = \frac{18-8}{12} = \frac{2}{12} + \frac{2}{12}$$

auras 2/12, pour chacun tiers [?], et demourent [demeurent]

2/12 a diviser par 8

3 Two mixed fractions: transform to common fractions,
find common denominator, divide numerators

$$5\frac{2}{3} : 3\frac{1}{4} = \frac{68}{12} : \frac{39}{12} = \frac{1}{12} + \frac{29}{39}$$

et auras 1, pour<ce> chacun 3/4 (3 quarts) [each in twelfths],

aura(s) 1/12 (une douzaine) et demourent [demeurent] 29/39

Another interpretation of the word *tiers*

In the beginning of the section
on division:

*Il te faut considérer si les
minuces sont d'une
dénomination, c'est à savoir:
tiers par tiers ou quarts par
quarts*

Le tiers et le quart

‘n’importe qui, tout le monde’

(1399 Chrestien de Pisan)

Trésor de la langue française, vol. 16, Paris 1994, p. 229

Le tiers et le quart

‘toutes sortes de personnes indifféremment et sans
choix’

Nouveau dictionnaire de l’Académie Française – Édition
de [Paris] 1718, vol. 2, Reprint Genève 1994

Later editions 1

They use the same examples.

In the examples for the rule of three (Part 4), the calculations with fractions are correct!

Multiplication of fractions

Liure de Chiffres. Lyon 1501, pdf 57, wrong

L'art et science. Paris 1512/19, pdf 129, wrong

Arismétique corrigé. Paris 1512/15, pdf 36, ok – other tradition

La vraye manière. Lyon ca. 1535, pdf 114, wrong

Art et science. Paris ca. 1545, pdf 115, wrong

Division of fractions

Liure de Chiffres. Lyon 1501, pdf 59, wrong

L'art et science. Paris 1512/19, pdf 131, wrong

Arismétique corrigé. Paris 1512/15, pdf 38, ok – other tradition

La vraye manière. Lyon ca. 1535, pdf 121–122, wrong

Art et science. Paris ca. 1545, pdf 116–117, wrong

Later editions 2

They use the same examples.

L'arithmétique et manière

Lyon: Thibault Payen 1548 [I/-5.1] **Dig:** –

L'arithmétique et manière de apprendre à chiffrer et compter par la plume et par les getz en nombre entier et rompu

Paris: Jehan Ruelle (rue Saint Jacques, à l'enseigne de la queue de regnard) 1551

Dig: Google books, München BSB

G3. **Like 1556**

L'arithmétique et manière

Paris: Jean Ruelle 1556 [I/-5.2]

Dig: Jagellonian Digital Library

Giii. **Like 1556**, except

$$9 \cdot \frac{2}{3} = \frac{18}{3}$$

L'arithmétique et manière

Paris: Pierre Ménier 1585 [I/-5.4] **Dig:** –

Multiplication and division of fractions

Anthoine Cathalan (maistre AC és Artz et Mathématiques professeur):

L'arithmétique et manière

Lyon: Thibault Payan 1566 [I/-5.3]

Dig: hist-math.fr [also 1561]

G3. **Like 1556**

Anthoine Cathalan:

L'arithmétique et manière d'apprendre à chiffrer et conter par la plume et par les getz en nombre entier et rompu

Lyon (en rue mercière, à l'enseigne de la sphère) 1599

Dig: Google books, Praha Národní knihovna

fol. 51 = G3

Like 1556

Possible Latin sources

Anonym (Georgius de Hungaria?)

De arte numerandi siue arismetice summa quadripartita

Paris: Antoine Caillot or Louis Martineau ca. 1485/90

40 p.

C: UCatInc 0266410N; ISTC ia01136100

D: Freiburg U

L: London BL

[15 problems of business and recreational mathematics]

[same introduction as Georgius 1499, but not the same work]

Makes similar mistakes

with multiplication and division of fractions.

Anonym

Ars numerandi

Paris: Antoine Caillot \leq 1490

16 p.

C: UCatInc 02664; ISTC ia01136300

D: –

L: Paris Mazarin, Bourges B Municipale, Troyes B Municipale

Anonym

De arte numerandi

Paris: Antoine Caillot

or Louis Martineau 1485/90

(pdf 26)

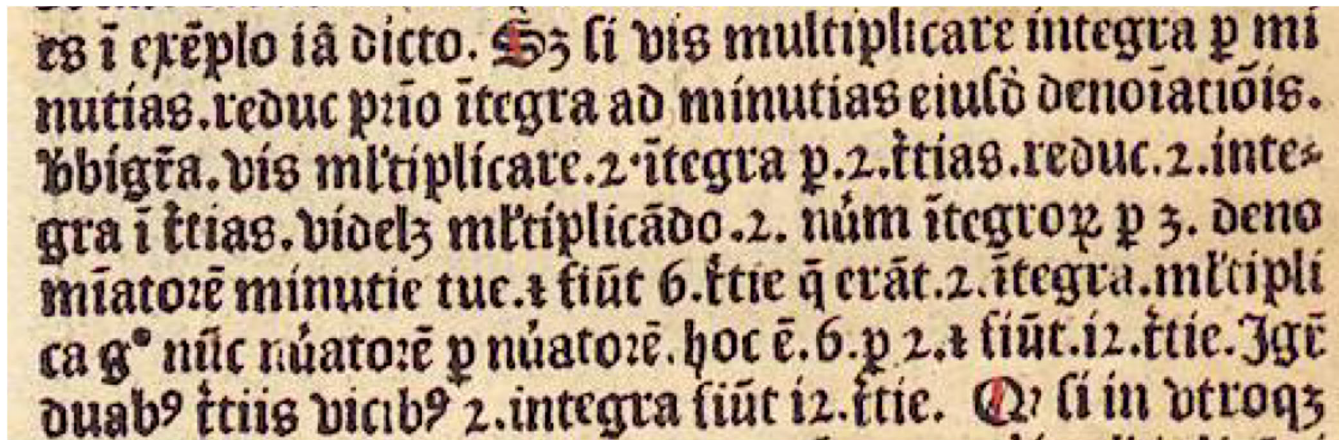
Caillaut active: 1482-1506

(cnp02226310 CERL Thesaurus)

Martineau active 1482-1498

(cnp02244059 CERL Thesaurus)

Multiplication of fractions



es i exēplo iā dicto. § si vis multiplicare integra p mi-
nutias. reduc p̄rio itēgra ad minutias eiusdē denoiatiōis.
Vbi gr̄a. vis mltiplicare. 2. itēgra p. 2. t̄rtias. reduc. 2. inte-
gra i t̄rtias. videlz mltiplicādo. 2. nūm itēgroꝝ p 3. deno-
miatorē minutie tue. & fiūt 6. t̄rtie q̄ erāt. 2. itēgra. mltipli-
ca ḡ nūc nūatorē p nūatorē. hoc ē. 6. p 2. & fiūt. 12. t̄rtie. Igr̄
duab⁹ t̄rtiis vicib⁹ 2. itēgra fiūt 12. t̄rtie. Q̄ si in vtroqz

*Secundum si vis multiplicare integra per mi-
nutias, reduc primo integra ad minutias eiusdem denominationis.
Verbi gratia vis multiplicare 2 integra per 2 tertias, reduc 2 inte-
gra in tertias, videlicet multiplicando 2 numerum integrorum per
3 deno-
minatorem minutiae tuae et fiunt 6 tertiae, quae erant 2 integra;
multipli-
ca ergo nunc numeratorem per numeratorem, hoc est 6 per 2, et
fiunt 12 tertiae. Igitur
duabus tertiis vicibus [times] 2 integra fiunt 12 tertiae.*

$$2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{3}$$

Anonym

De arte numerandi

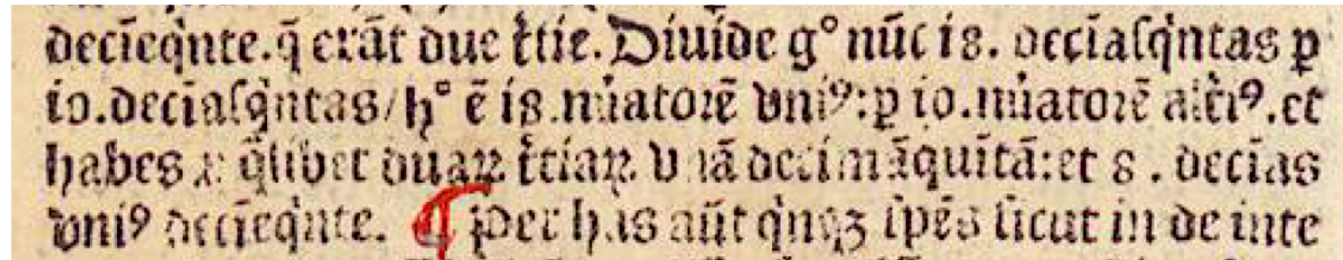
Paris: Antoine Caillot

or Louis Martineau 1485/90

(pdf 27)

Division of fractions

Problem: $\frac{6}{5} : \frac{2}{3}$; at first identify common denominator.



decimae quintae. q̄ erāt due tertie. Diuide ḡ nūc is. decimas quintas p̄
io. decimas quintas / h̄ ē is. maiorē unius: p̄ io. maiorē alii. et
habes x̄ quibet duarum tertiarum. v̄ nā decimā quintā: et 8. decimas
vni⁹ decimae quintae. ¶ Per has aut̄ quoz ip̄s licet in de inte

*Divide ergo nunc 18 decimas quintas per
10 decimas quintas, hoc est 18 numeratorem unius per
10 numeratorem alterius et
habes igitur [?] quaelibet duarum tertiarum [how many
of two thirds [6/5 are]], unam decimam quintam et 8
decimas
unius decimae quintae.*

$$\frac{6}{5} : \frac{2}{3} = \frac{18}{15} : \frac{10}{15} = \frac{18/10}{15} = \frac{1}{15} + \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{15}$$

Difficulties with multiplication and division of denominations / units

The denominators of fractions
can be used
like denominations
with the same difficulties:

e.g. 2 thirds · 3 thirds = 6 thirds
6 thirds : 3 thirds = 2 thirds

1 Missing denominations for surfaces

Cf. Neudörffer, Anton (1571–1628): *Grosse Arithmetick*,
Nürnberg/Regensburg ca. 1610 (edition Haller/Holl 2020)

[Z]14 *Schuch*, not Quadratschuh

[77] *Ruten*, not Quadratruten

Georg Wendler (1619–1688) uses the expressions *gevierte Claffter* and *gevierte Ellen* in problem [213]

2 The Cossic symbols for powers of the unknown are not analytic, but synthetic

ℓ	Unbekannte x (<i>res</i>)
ꝛ	x^2 (<i>zensus</i>)
ℓ	x^3 (<i>cubus</i>)
ꝛꝛ	x^4 (<i>zensizensus</i>)
ꝛℓ, β	x^5 (<i>sursolidus</i>)
ꝛℓ	x^6 (<i>zensicubus</i>)
Bꝛꝛ, Bβ	x^7 (<i>bisursolidus</i>)

Part 4 (pdf 29–36)

Multiply with its contrary
and divide by its similar:

$$\text{qty1} : \text{qty2} = \text{price1} : \text{price2}$$

$$\text{price2} = \text{price1} \cdot \text{qty2} / \text{qty1}$$

gile ce peut entendre en deux manieres. Premierement multiplie cella que tu veulx acheter par son contraire cest a scavoir par le pris et diuise par son semblant cest a scavoir par autant que tu as achate. Ou ainsi et mieulx Multiplie le pris par son contraire cest a scavoir cella que tu veulx acheter. et diuise par son semblant cest a scavoir par cella q est achate. Et note pour quoy

Regula de tri (*règle de trois*) for integers and fractions

Long measures

- 1 Price wanted, both lengths are integers
- 2 Price wanted, bought length is a mixed fraction, price integer
- 3 Price wanted, both lengths are mixed fractions
- 4 Price wanted, desired length is a mixed fraction
- 5 Price wanted, bought length is a mixed fraction, price fraction
- 6 Price wanted, desired length is a sum of fractions
- 7 Length wanted

Measures of capacity (wine)

- 1 Conversion to a lower unit of capacity
- 2 Conversion to a higher unit of capacity
- 3 “*Lofe of peny torneys*” (*An introduction 1539, p. 105*)
[*Pain d’un denier tournois, “Pfennigbrot”, indirect proportionality: weight of bread, price of corn*]
Conversion to a lower unit of capacity

Weights

tres petits p...
C Sensuit le cinquiesme liure
contenant premieremēt cōpaig
nies sans facteurs / secōdeniēt
avecque facteurs / tiercemēt de
changes. La premiere regle
que est sans tempo^a. sans mar

1 Companies without subcontractors (*sans facteurs*)

1.1 Regula societatis

(*compagnies sans temps*)

1.2 Regula societatis temporum with whole years

(*à temps entier*)

1.3 Regula societatis temporum with years and months

(*à temps entier et parties de temps*)

1.4 Regula societatis temporum with lower units of currency and time (*divers argent et divers temps*)

2 Companies with subcontractors (*avec facteurs*)

2.1 Distribution to merchants, factors and servants [valets]

(*serviteurs ou varles*)

2.2 Interrupted contract (*le facteur s'en veult aller*)

2.3 Interrupted contract

3 Rule of bartering (*règle de changes pour éviter fraud; baratte* [introduction])

Three problems (pdf 43 *Deux marchands veulent changer leur marchandise et tromper l'un l'autre*)

Part 5 (2.2), problem (pdf 41)

Interrupted contract

of a factor [subcontractor]

Un marchand a bail
le. 50. frâs a son fa
cteur p tuel cōuenēt
quil les mette en ga
ing pour. 10. ans; et
au bout de. 10. ans
ilz diuiseront le gaing et le prin
cipal. Il aduient que le facteur
sen veult aler au bout de. 6. ans
& trouue quil a gaingne. 1000.
frans. Je demâde cōmât doit
estre poye le dict facteur ny cō/
bien doit auoir le marchand.
Rise tu dois regarder combien
eust gaingne en ces diz ans quil
les deuoit tenir en gaing cōme
auoit promis; pource forme la

The factor shall get one half of the principal
[invested capital] (*principal* [Hauptgut]) and one
half of the profit (*gain*) after a certain period.

The factor interrupts the contract.

Principal of the merchant: 50 francs

Period: 10 years

Interruption: after 6 years

Profit up to the interruption: 1000 francs

Employee-unfriendly rule:

Possible profit after 10 years: $1000 \cdot \frac{10}{6} = 1666\frac{2}{3}$

The merchant gets one half of it: $833\frac{1}{3}$

The principal is halved.

The factor gets: $\left(1000 - 833\frac{1}{3}\right) + \frac{50}{2} = 191\frac{2}{3}$

Later (e.g. Anton Neudörffer, *Grosse Arithmetik*, [84], citizen
and shepherd (edition Haller/Holl 2020)) one divides the
principal proportionally to the time and halves the profit.

Part 6 (pdf 43–60)

- 4.1.1 Purchase and sales
- 4.1.9 Companies, proportional distribution
- 4.1.14.1 Mixture (4.1.9)
- 4.2.1.1 Find a number
- 4.2.1.2 Performance problems
- 4.2.1.3 Nest problems
- 4.2.1.4 Movement
- 4.2.1.5.1 Regula aequalitatis
- 4.2.2.6 Regula caecis
- 4.2.3 Geometry
- 4.2.5.2 Remainder: woman and eggs
- 4.2.6 Guessing numbers
- 4.2.7.3 Saracens; Josephspiel
- 4.2.7.4 Testament (son daughter twins)

Categories Tropfke 1980 (used *Liure de Chiffres 1501*)

- 28
- 1, 3, 23
- 14, 15
- 4.2.1.1.2 Age: 22
- 4.2.1.1.3 Spear in the water: 18, 24, 33
- 4.2.1.2.1 Vessel with three fountains: 4
- 4.2.1.2.3 Ship with two sails: 27
- 4.2.1.2.5 Three mills: 2
- 4.2.1.3.2 Apple garden: 10
- 4.2.1.3.3 Si quis intrat monasterium: 12
- 4.2.1.3.5 Unknown heritage: 21
- Pursuit: 11, 16
- Encounter: 25
- To and fro: 26
- 17, 19
- 13, 29, 30
- 7, 8, 9
- 20
- 31, 32, 34
- 5
- 6

Anonym

De arte numerandi

Paris: Antoine Caillot

or Louis Martineau 1485/90

All of the problems except **nr 6** can be found in the earliest French arithmetic: 2, 4, 6, 8, 14, 16, 17, 21, 23, 24

Other possible printed sources:

Johann Widmann: *Rechnung*. Leipzig

1489:

2, 21

Filippo Calandri: *Trattato*. Firenze 1491:

4, 5, 16, 19 20, 21, 25, 27, 29

Francés Pellos: *Compendion*. Torino 1492:

15, 18, 22, 24, 27

15 problems of business and recreational mathematics

1 pdf 32 Regula de tri

2 pdf 34 Regula societatis

3 pdf 35 Regula societatis temporum

4 pdf 36 Lepus: pursuit with margin

5 pdf 36 Agonizans: son daughter twins

6 pdf 37 Ementes: purchase (sum of the parts > 1)

7 pdf 38 Canonici et sacerdotes: distribution

8 pdf 39 Denarii obliti: forgotten amount $(n+r/10)$

9 pdf 40 Cambium: regula aequalitatis

10 pdf 41 Metalla commixta: fragment

11 pdf 42 Molendinae: mills with diff. performance

12 pdf 42 Vas: vessel with three fountains

13 pdf 43 Turris: spear in the water

14 pdf 43 Regula contraria de tri: loaf of penny

15 pdf 44 Regula aedificandi: price of a wall

Part 6, problem 13 (pdf 51)

Three women sell apples at a market

La .13. regle et question de
.3. fâmes que portent des pom
mes au marche pour vendre.
Trois femmes portent des
pômes au marche: de quoy l'u
ne en porte .50. L'autre .30. et
l'autre .10. Leurs maris q̄ sont
freres leur ont dist: quelles fa
cent aussi bon marche l'une que
l'autre et que portēt autant d'ar
gent l'une cōme l'autre Je demā
de comment ce peut faire R̄s̄se
Il est possible car p̄mierement
vient vng marchāt a celle qui a
.50. pōmes et luy dist combien
pour vng & elle r̄s̄dit que .7.
et ainsi en fit .7. & des .50. pō
mes et luy demoure vne: et ainsi
elle a .7. & et vne pōme. Les
autres vendent aups et ainsi

Three women sell different quantities of apples at a market. They are told to sell for the same price and to make the same profit. [Requires two business events.]

There is no calculation, only an example that shows that the requirement can be met.

Woman 1 has 50 apples, sells 49, 7 for a penny, gets 7 pennies, one apple remains.

Woman 2 has 30 apples, sells 28, 7 for a penny, gets 4 pennies, two apples remain.

Woman 3 has 10 apples, sells 7, 7 for a penny, gets 1 penny, 3 apples remain.

The remaining apples are sold to another merchant who pays 3 pennies an apple.

In the end, each of the three women has 10 pennies.

$$ax + (50 - a)y = z$$

$$bx + (30 - b)y = z$$

$$cx + (10 - c)y = z$$

Part 6, problem 24 (pdf 57)

Spear in the water

¶ Une lance a la moltie et le tiers de dans l'eau et .9. pieds de hors Je demande combien a de long la lance Rése pause .6. Car en .6. se trouve $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ la $\frac{1}{2}$ et le $\frac{2}{3}$ de .6. sont .5. et demeure .1. forme la regle de troysen disant si .1. est venu de .6. de combien viendront .9. multiplie .6. par .9. et sont .54. les quelz diut se par .1. et sont .54. Pour ce tu peuz rendre que la lance a .54. pieds de long. La $\frac{1}{2}$ sont .27. le $\frac{2}{3}$ sont .18. et sont .45. de dans l'eau: et .9. de hors: sont .54. Et ainsi faites de toutes autres semblables come d'une touz ou autre chose.

Lance: $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$ in the water, 9 feet outside.
What is its length?

Solution with simple false position method
(includes rule of three)

Assume: The length is 6 feet.

Outside the water:

$$6 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot 6 = 6 - 5 = 1; \text{ should be } 9$$

Therefore, the length is $6 \cdot 9 = 54$ feet.

Similar: problems 18, 33

Part 6, problem 26 (pdf 57)

Cat on a tree [to and fro]

¶ La .26. regle & question du chat.

¶ Ung chat est au pie d'ung arbre long .300. piedz qui monte tous les iours .17. piedz et descend cét la nuyt .12. piedz Je demãde en combien de temps sera au bout. Rfise. Lieue et sustray la nuyt du iour: cest a scauoir .12. de .17. et demourët .5. pource il monte .5. piedz le iour. diuis se maintenët .300. par .5. et en vien .60. pource en .60. iours sera au bout faites ainsi de toutes aultres semblables Car de ceste regle tu peup faire .4. que fids cõme appart en la practiq

Cf. mistake in Ries 1522, according to Deschauer: Das zweite Rechenbuch von Adam Ries. Braunschweig 1992, p. 190

Tree: 300 feet high

Daylight: cat climbs up (*monte*) 17 feet

Night: cat glides down (*descend*) 12 feet

(Wrong) solution

$$300 : (17 - 12) = 60$$

Correct solution

Number of entire days: x

$$300 + (17 - 12) > (17 - 12)x + 17 \geq 300$$

$$57 \frac{3}{5} > x \geq 56 \frac{3}{5}$$

$$57 \text{ days} \triangleq 57 \cdot 5 \text{ feet} = 285 \text{ feet}$$

Missing:

$$15 \text{ feet} \triangleq 15/17 \text{ (daylight) days}$$

Result:

$$57 \frac{15}{34} \text{ (24 hour) days}$$

English 1

Anonym

Arte and science of Arismetique

London: Richard Faques

1526-03-13

Only the colophon page extant.

D: Early English Books Online; ProQuest

L: London BL (OCLC 1170 674509)

S: Williams, Travis: The earliest English printed arithmetic books.

In: The Library 13 (2012) 164–184

Holl, Alfred: Ries-Kolloquium 2023

ye hau in yis booke. . . .
of a blane. . . .

thus endeth the Arce and science of Arismetique
out by goodly & pmples and Rules Translas
d out of Freñche in to Englyshe not without
grette laboure & ludy / To thentēt that mar=
chanty occuppyng be yentē the see may has
ue knowlege of there ceptes of mony
that is to say Croones / Ducatz / and Sas=
lutz / Frācz / and with all other small
mony after ther valour And also
the Mesures bothe of corne and wyne every
after theyr mesures as it showeth moze playne
ly In the sayd booke C Impryn
tyd by me Rychard Faques dwel=
lyng In Duram Kent, Or elles In
Powles chyrche yerde / At the sygne of
the. H. B. O. And spynshed the yere of
oure lordē god. M. L. L. L. and xxvi. The
xiii. day of Marche.

English 1

Anonym

Arte and science of Arismetique

London: Richard Faques

1526-03-13

Only the colophon page extant.

D: Early English Books Online; ProQuest

L: London BL (OCLC 1170 674509)

S: Williams, Travis: The earliest English printed arithmetic books.

In: The Library 13 (2012) 164–184

Holl, Alfred: Ries-Kolloquium 2023

At the top, the end of the problem of the three saints:

... he had in his purse .5. grete blanz & the fourth of a blanc &c.

This problem is the last one in section [4.2] in the editions of 1537 and 1539.

ye had in his purse .5. grete blanz & the fourth
of a blanc. &c.

thus endeth the Arce and science of Arismetique
out by goodly & pmples and Rules Translas
d out of French in to Englyshe not without
grete laboure & ludy / To thentēt that mar
chanty occuppyng be yentē the see may has
ue knowlege of there ceptes of mony
that is to say Croones / Ducatz / and Sas
lutz / Frācz / and with all other small
mony after ther valour And also
the Mesures bothe of corne and wyne every
after theyr mesures as it showeth moze playne
ly In the sayd boke C Impryn
tyd by me Rychard Faques dwel
lyng In Duram Kent, Or elles In
Powles chyrche yerde / At the sygne of
the. H. B. O. And spynshed the yere of
oure lordē god. M. L. L. L. and xxvi. The
xiii. day of Marche.

Part 6, problem 12 (pdf 51)

Three saints [Si quis intrat
monasterium]

Unq̄ saict heremite est entre
dedans vne eglise: ont il auoit
troys sainctz cest a scauoir saict
pierre saint pol & saint laurēs
le quel est venu premierement a
saint pierre et luy a dist p orai
son Je te prie quil toy playse de
moy doubler les grans blans q̄
iay dedans ma bourse & ie tēdō
ray .5. et ainsi fut faict. Et
puy vint a saint pol & luy dist
playse toy de moy doubler les
grans blans q̄ sont a ma bour
se et ie ten dōray .6. et ainsi fut
faict Et puy vint a saint lau
rēs & luy dist playse toy de moy
doubler les grās blans que iay
dedans ma bourse et ie ten don
ray .6. et ainsi fut faict. Et ne
luy demoura rien Je demande
cōbien de grans blans auoit en
sa bourse R̄s̄e il auoit .5. grās
blans et $\frac{3}{4}$ Et pour le scauoir

In the purse of the hermit: x blancs [sous]

Saint Peter doubles: $2x$

Saint Peter gets: 6

In the purse: $2x - 6$

Saint Paul doubles: $2(2x - 6)$

Saint Paul gets: 6

In the purse: $2(2x - 6) - 6$

Saint Lawrence doubles: $2(2(2x - 6) - 6)$

Saint Lawrence gets: 6

In the purse: $2(2(2x - 6) - 6) - 6$

$$2(2(2x - 6) - 6) - 6 = 0$$

$$x = 5\frac{1}{4}$$

$5\frac{1}{4}$ blancs = 5 blancs 3 deniers

[1 sous = 12 deniers]

The text presents only a check of the result,
but no derivation of the result.

French – Supplement 1

Later editions of Anonym 1496

Liure de Chiffres et de getz nouvellement imprime

(*L art d arimetisque tant de nombres entiers que de rouptz et fractions avec plusieurs reigles et questions*)

Lyon: Pierre Mareschal,
Barnabe Chaussard 1501-02-27

127 p.

C: Hoock missing

D: digitale-sammlungen.de

L: München BSB, München LMU,
Augsburg SSB (Math 531)

Arismetique corrigé et imprimé

Paris: Guillaume Nyverd ca. 1512/15

127 p.

C: Hoock I/-3.1

L: Cambridge Harvard U Houghton L
(FC5 A100 515a)
(OCLC 7914 4721)

L'art et science de arismetique:

*moult vtile et proffitable a toutes gens et facile a entendre
par la plume et par le getc subtil
pour ceulx qui ne scauent lyre ne escripre
nouuellement imprime a Paris*

Paris: veuve de Jean Trepperel, Jean Jehannot [Janot] ca. 1512/19

192 p.

L: New York Columbia U Plimpton L
(OCLC 2927 5736)

La vraye manière (colophon: art et science)

Lyon: Claude Veycellier ca. 1535

168 p.

C: Hoock I/-20.5

D: Google books

L: London BL

Art et science de arismetique

*moult vtile et proffitable a toutes gens et facile a entendre
par la plume et par le getc subtil
pour ceulx qui ne scauent lyre ne escripre
nouuellement imprime a Paris*

Paris: Pierre Sergent ca. 1545

168 p.

C: Hoock I/-6

L: Paris BNF (Rés. p.V. 337) [key word *arismetique* (sic!)]

French – Supplement 2

Later than Anonym 1496

La manière pour apprendre a cyfrer

Antwerpen: Martin Lempereur (De Keyser)
(for Guillaume (Willem) Vorsterman) 1529

Col.: Imprime an Anuers par moy Martin
Lempereur/ pour Guillaume Vorsterman
Lan M.ccccc.et.xxix

[French translation of the 2nd edition of
Die Maniere, Antwerpen ca. 1510;
see Dutch]
ca. 105 p.

C: Hoock I/-20.4

L: Paris BNF (Rés. p.V. 338, defective),
Cambridge Harvard U Houghton L
(FC5 A100 529m)

[different edition according to Williams
2012, see English]

Juan de Ortega, Claude Platin

*Oeuure tressubtille et profitable de lart & science de arismetique
& geometrie translate nouvellement despaignol en francoys.*

Lyon: Etienne Baland 1515

332 p.

C: Hoock I/O6.3

L: Paris BNF (Rés. p.V.369)

Estienne de La Roche (Villefranche)

L'arismetique nouvellement composée ... divisée en deux parties

Lyon: Guillaume Huyon, Constantin Fradin 1520-06-02

(based upon the unpublished manuscript

La triparty by Nicolas Chuquet, Lyon 1484, Paris BNF (Fr. 1346),
ed. Marre, Aristide. *Bullettino di bibliografia e di storia
delle scienze matematiche e fisiche*, Roma 1880–1881)

460 p.

C: Hoock I/L5.1

L: Paris BNF (Rés. V. 899)

S: Ulff-Møller, Jens: *Ries-Kolloquium* 2017

Karpinski, Louis Charles: *History of Arithmetic* 1925

References

- Bockstaele, Paul: The first arithmetics printed in Dutch and English. In: *Isis* 51 (1960) 315–321. [Discusses the relationships between *Die Maniere* Brussel 1508 and Antwerpen ca. 1510, *La Manière* Antwerpen 1529, *La vraye manière* Lyon ca. 1535 and *An introduction* London 1539.]
- Holl, Alfred: The earliest printed arithmetic book in each of 35 European languages with an appendix of the earliest printed arithmetic book in each of 45 languages worldwide in less detail (= Strömstad Akademis Fria Skiftserie Nr. 23). Strömstad: Strömstad Akademi 2022, 354 p., ISBN 978-91-89331-37-2. Free download: stromstadakademi.se/wp2/publikationer-2/fri-skriftserie/.
- Williams, Travis D.: The earliest English printed arithmetic books. *The Library: the transactions of the Bibliographical Society* 13, 2 (2012) 164–184.