

Übungsaufgabe 2.8.2. 10 a

X Alphabet L Menge der Palindrome über X
Ist L regulär? **Nein**, wenn $|X| > 1$.

Beweis

Angenommen L sei regulär.

Dann gibt es nach Pumping-Lemma ein $n \in \mathbb{N}$

Betrachte $w = a^n b a^n \in L$ $|w| = 2n+1 \geq n$

Zerlege $w = uvw$ mit $v = a^l$ $l \geq 1$ $|v| \geq 1$

und $u = a^k$ $l+k \leq n$ $|uv| \leq n$

und $w = a^{n-l-k} b a^n$

$uv^i w = a^k a^{il} a^{n-l-k} b a^n \notin L$ für $i \neq 1$

Widerspruch, also L ist nicht regulär $\square$

$|X| = 1$ also z.B. $X = \{a\}$, dann sind alle Wörter aus X^* Palindrome. $L = L(a^*)$ also regulär.

Übungsaufgabe 28.2.10 b

$$X = \{a, b\} \quad w_n = a^n b^n, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$L = \{w \in X^* \mid w = w_1 \dots w_m, \quad m \in \mathbb{N}\} \text{ regulär?}$$

L ist nicht regulär.

Beweis

Angenommen L sei regulär.

Dann gibt es nach Pumping-Lemma ein $m \in \mathbb{N}$

Betrachte $w = w_1 \dots w_m = a b \dots a^m b^m \in L \quad |w| \geq m$

Zerlege $w = xyz$ mit

$$y = b^l \quad l \geq 1 \quad |y| \geq 1$$

$$z = b^k \quad l+k \leq m \quad |yz| \leq m$$

$$x = w_1 \dots w_{m-1} a^m b^{m-(l+k)}$$

$$xy^i z = w_1 \dots w_{m-1} a^m b^{m-(l+k)} b^{i \cdot l} b^k$$

$$= w_1 \dots w_{m-1} w_m b^{(i-1)l} \notin L \text{ für } i \neq 1$$

Widerspruch, also L ist nicht regulär $\square$

Übungsaufgabe 2.8.2. 10 d

$$X = \{a, b, c\} \quad L = \{a^m b^j c^k \mid \underline{m < 3} \text{ oder } \underline{m \geq 3 \text{ und } k=j}\}$$

L regulär? Nein, L ist nicht regulär.

Beweis

Angenommen L ist regulär.

Dann gibt es nach Pumping-Lemma ein $m \in \mathbb{N}$

Betrachte $x = a^3 b^m c^m \in L \quad |x| \geq m$

Zerlege $x = uvw$ mit

$$v = a^l \quad l \geq 1 \quad |v| \geq 1$$

$$w = c^h \quad l+h \leq m \quad |vw| \leq m$$

$$u = a^3 b^m c^{m-(l+h)}$$

$$uv^i w = a^3 b^m c^{m-(l+h)} c^{il} c^h \notin L \quad \text{für } i \neq 1$$

Widerspruch, also ist L nicht regulär $\square$

Übungsaufgabe 2.8.2.10 e

$X = \{a\}$ $L = \{a^p \mid p \text{ ist Primzahl}\}$

L regulär? **Nein, L ist nicht regulär.**

Beweis

Angenommen L sei regulär.

Dann gibt es nach Pumping-Lemma ein $n \in \mathbb{N}$

Betrachte $x = a^p \in L$ $|x| \geq n$ $p \geq n$
 p prim

Zerlege $x = uvw$ mit

$$u = a^k \quad k \geq 1 \quad |v| \geq 1$$

$$u = a^l \quad l+k \leq n \quad |uv| \leq n$$

$$w = a^{p-(l+k)}$$

$$uv^i w = a^k a^{il} a^{p-(l+k)}$$

$$= a^{p+(i-1)l} \notin L \quad \text{für } i = p+1$$

$$p + (p+1-1)l = p + p \cdot l = p(1+l)$$

nicht prim

Widerspruch, also ist L nicht regulär $\square$